213973

Total No. of Printed Pages : 13 Sr. No. :

(DO NOT OPEN THIS QUESTION BOOKLET BEFORE TIME OR UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO)

A

Paper I.D. No. : 94106

B. Sc. 6th Sem. (Maths) (Pass) Exam. – Sept., 2020

Real & Complex Analysis

Paper : 12BSM-361

Time : 30 Minutes **Max. Score : 26** **Total Questions : 33**

Roll No. (in figures) ____________ **(in words)** ____________

Name of Exam.Centre ____________ **Centre Code** ____________

Date of Examination : ____________

____________ ____________

(Signature of the Candidate) **(Signature of the Invigilator)**

CANDIDATES MUST READ THE FOLLOWING INFORMATION/INSTRUCTIONS BEFORE STARTING THE QUESTION PAPER.

1. **Attempt any 26 questions.**
2. The candidates must return the Question booklet as well as OMR answer-sheet to the Invigilator concerned before leaving the Examination Hall, failing which a case of use of unfair-means/mis-behaviour will be registered against him/her, in addition to lodging of an FIR with the police. Further the answer-sheet of such a candidate will not be evaluated.
3. Keeping in view the transparency of the examination system, carbonless OMR Sheet is provided to the candidate so that a copy of OMR Sheet may be kept by the candidate.
4. Question Booklet along with answer key of all the A, B, C & D code will be got uploaded on the University website after the conduct of Examination. In case there is any discrepancy in the Question Booklet/Answer Key, the same may be brought to the notice of the Controller of Examination in writing/through E.Mail within 24 hours of uploading the same on the University Website. Thereafter, no complaint in any case, will be considered.
5. The candidate MUST NOT do any rough work or writing in the OMR Answer-Sheet. Rough work, if any, may be done in the question booklet itself. Answers **MUST NOT** be ticked in the Question booklet.
6. **There will be no negative marking. Each correct answer will be awarded one full mark. Cutting, erasing, overwriting and more than one answer in OMR Answer-Sheet will be treated as incorrect answer.**
7. Use only Black or Blue **BALL POINT PEN** of good quality in the OMR Answer-Sheet.
8. BEFORE ANSWERING THE QUESTIONS, THE CANDIDATES SHOULD ENSURE THAT THEY HAVE BEEN SUPPLIED CORRECT AND COMPLETE BOOKLET. COMPLAINTS, IF ANY, REGARDING MISPRINTING ETC. WILL NOT BE ENTERTAINED 15 MINUTES AFTER STARTING OF THE EXAMINATION.

1. If $u=\dfrac{x}{y-z}, v=\dfrac{y}{z-x}, w=\dfrac{z}{x-y}$, find $\dfrac{\partial(u.v,w)}{\partial(x.y,z)}$:

यदि $u=\dfrac{x}{y-z}, v=\dfrac{y}{z-x}, w=\dfrac{z}{x-y}$, ज्ञात कीजिए $\dfrac{\partial(u.v,w)}{\partial(x.y,z)}$:

(1) 0 (2) 1

(3) –1 (4) 2

2. The functions $u=x^2+y^2+z^2$, $v=xy-yz-zx$ and $w=x+y-z$ are dependent. Find the relation connecting them :

फंक्शन $u=x^2+y^2+z^2$, $v=xy-yz-zx$ और $w=x+y-z$ निर्भर हैं। उन्हें जोड़ने वाला संबंध ज्ञात कीजिए :

(1) $w=u+2v$ (2) $w=2u+v$

(3) $w^2=u+v$ (4) $w^2=u+2v$

3. Express the integral $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में समाकल $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ व्यक्त करें :

(1) $B\left(\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$ (2) $B\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$ (3) $B\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ (4) $B\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$

4. Find $\int_0^\infty \dfrac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में $\int_0^\infty \dfrac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ ज्ञात कीजिए :

(1) $B(m,n)$ (2) $\frac{1}{2}B(m,n)$ (3) $2B(m,n)$ (4) $4B(m,n)$

5. $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = ?$

(1) $\sqrt{\pi}$ (2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ (4) π

6. $\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = ?$

(1) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n-1}} \frac{\Gamma(2n)}{\Gamma(n+1)}$ (2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$

(3) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n+1}} \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$ (4) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n+1)}$

7. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^{5/2} x \, dx$

मूल्यांकन कीजिए $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^{5/2} x \, dx$:

(1) $\frac{8}{77}$ (2) $\frac{6}{77}$ (3) $\frac{4}{77}$ (4) $\frac{2}{77}$

8. If the given region of integration is the positive octant of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, then the changed limits of integration are :

यदि एकीकरण का दिया क्षेत्र, स्फिअर $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का सकारात्मक अष्टक है, तो एकीकरण की बदली हुई सीमाएँ हैं :

(1) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi$ (2) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

(3) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$ (4) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le 2\pi, 0 \le \varphi \le \pi$

9. Evaluate $\iint \sqrt{xy - y^2} \, dx \, dy$, over S where S is a triangle with vertices (0, 0), (10, 1) and (1, 1) :

S पर $\iint \sqrt{xy - y^2} \, dx \, dy$ का मूल्यांकन करें, जहाँ S एक त्रिकोण है जिसमें शीर्ष (0, 0), (10, 1) और (1, 1) हैं :

(1) 4 (2) 6 (3) 18 (4) 9

10. Evaluate the integral $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax - y^2}} dx \, dy$:

समाकल का मूल्यांकन करें $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax - y^2}} dx \, dy$:

(1) $\frac{3\pi a}{2}$ (2) $\frac{5\pi a}{2}$ (3) πa (4) $\frac{\pi a}{2}$

11. Evaluate $\lim_{z \to i} \frac{z^{10} + 1}{z^6 + 1}$:

मूल्यांकन कीजिए $\lim_{z \to i} \frac{z^{10} + 1}{z^6 + 1}$:

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{5}{3}$ (3) 2 (4) 3

12. A cube has sides of length 6. Let one corner be at the origin and the adjacent corners be on the positive x, y and z axes. If the cube's density is proportional to the distance from the xy-plane, find its mass. (where k is constant of proportionality)

एक घन की भुजाओं की लंबाई 6 है। एक कोने को मूल पर और आसन्न कोनों को सकारात्मक x, y और z अक्षों पर रखें। यदि घन का घनत्व xy-तल से दूरी के आनुपातिक है, तो इसका द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। (जहाँ k समानता का स्थिरांक है)

(1) $648\,k$ (2) $324\,k$ (3) $162\,k$ (4) $1296\,k$

13. $\iint x^{m-1}.y^{n-1}dx\,dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)}.h^{m+n}$ Over D

(1) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y = h$

(2) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y \geq h$

(3) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y \leq h$

(4) where D is the region $x \geq 0, y \leq 0$ and $x + y \leq h$

$\iint x^{m-1}.y^{n-1}dx\,dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)}.h^{m+n}$ Over D

(1) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y = h$

(2) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y \geq h$

(3) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y \leq h$

(4) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \leq 0$ का और $x + y \leq h$

14. A periodic signal $x(t)$ of the period T_0 is given by $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{for} \quad |t| < T_1 \\ 0 & \text{for} \quad T_1 < |t| < \frac{T_0}{2} \end{cases}$; The coefficient a_0 of the Fourier series associated with the above given function $x(t)$ can be calculated as :

T_0 अवधि का एक आवधिक संकेत $x(t)$, $x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T_1 \text{ के लिए} \\ 0 & T_1 < |t| < \frac{T_0}{2} \text{ के लिए} \end{cases}$ द्वारा दिया जाता है। उपरोक्त दिए गए फंक्शन $x(t)$ से जुड़े फूरियर शृंखला के गुणांक a_0 की गणना इस प्रकार की जा सकती है :

(1) $\frac{T_1}{T_0}$ (2) $\frac{T_1}{2T_0}$ (3) $\frac{2T_1}{T_0}$ (4) $\frac{T_0}{T_1}$

15. The period of the signal $x(t) = 8\sin(0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ is :

सिग्नल $x(t) = 8\sin(0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ की अवधि है :

(1) 0.4π s (2) 0.8π s

(3) 1.25π s (4) 2.5 s

16. If f is bounded and integrable on $[-\pi, \pi]$ and a_n and b_n are its Fourier coefficients, then :

यदि f $[-\pi, \pi]$ पर परिबद्ध तथा समाकलनीय है तथा a_n और b_n इसके फूरियर गुणांक हैं, तो :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2) \geq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2) < \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2) \leq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2) > \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

17. Find b_n in the expansion of $|\sin x|$ as a Fourier series in $(-\pi, \pi)$:

$(-\pi, \pi)$ में फूरियर शृंखला के रूप में, $|\sin x|$ के विस्तार में b_n ज्ञात कीजिए :

(1) 0 (2) 1

(3) −1 (4) 2

P. T. O.

18. Expression of $f(x) = x$ as a half range sine series in $0 < x < 2$ is :

$f(x) = x$ की अभिव्यक्ति $0 < x < 2$ में हाफ रेंज साइन श्रृंखला के रूप में है :

(1) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(2) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(3) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

(4) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

19. If $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, then using Parsevel's identity :

यदि $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, तो पारसेवल की सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{2}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{4}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$

20. The image or stereographic projection of the point $1 + i$ on the sphere of radius $\frac{1}{2}$ and centre $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ is :

$\frac{1}{2}$ त्रिज्या और केंद्र $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ के गोले पर बिंदु $1 + i$ की इमेज या स्टीरियोग्राफिक प्रक्षेपण है :

(1) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(2) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(3) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(4) $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

21. Which of the following statement is ***incorrect*** ?

(1) A function is complex differentiable if it is complex differentiable at every point where it is defined.

(2) A function $f(z)$ is said to be analytic at a point z_0 if there exist a neighbourhood $|z - z_0| < \delta$ at all points of which $f'(z)$ exists.

(3) A function is said to harmonic iff $u_x + u_y = 0$.

(4) If u and v are harmonic functions then $f(z) = u + iv$ is an analytic function.

निम्नलिखित में से कौन सा कथन *गलत* है ?

(1) एक फंक्शन जटिल अवकलनीय होता है यदि यह प्रत्येक बिंदु पर जटिल अवकलनीय है जहाँ इसे परिभाषित किया जाता है।

(2) एक फंक्शन $f(z)$ को एक बिंदु z_0 पर विश्लेषणात्मक कहा जाता है यदि $f'(z)$ के अस्तित्व वाले सभी बिन्दुओं पर एक प्रतिवास $|z - z_0| < \delta$ का अस्तित्व होता है।

(3) एक फंक्शन को हार्मोनिक कहा जाता है यदि $u_x + u_y = 0$

(4) यदि u और v हार्मोनिक फंक्सन्स हैं तो $f(z) = u + iv$ एक विश्लेषणात्मक फंक्सन है।

22. Find the values of a and b such that the function $f(z)=x^2+ay^2+xy+i\left(bx^2+\frac{y^2}{2}+2xy\right)$ is analytic :

a और b का मान ज्ञात करें जैसे कि फंक्शन $f(z)=x^2+ay^2+xy+i\left(bx^2+\frac{y^2}{2}+2xy\right)$ विश्लेषणात्मक है :

(1) $a=-1, b=1/2$ (2) $a=-1, b=2$

(3) $a=-1, b=-1/2$ (4) $a=1, b=2$

23. Find the *correct* statement :

(1) The function $(z)=|z|^2$ is nowhere continuous but everywhere differentiable in complex plane.

(2) The function $(z)=|z|^2$ is nowhere continuous but nowhere differentiable in complex plane.

(3) The function $(z)=|z|^2$ is everywhere continuous and differentiable in complex plane only at the origin.

(4) The function $(z)=|z|^2$ is everywhere continuous and nowhere differentiable in complex plane except at the origin.

सही *कथन* को ज्ञात करें :

(1) फंक्शन $(z)=|z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है लेकिन जटिल प्लेन में हर जगह अवकलनीय है।

(2) फंक्शन $(z)=|z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है, लेकिन जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

(3) फंक्शन $(z)=|z|^2$ हर जगह सतत है और जटिल प्लेन में सिर्फ ओरिजिन पर अवकलनीय है।

(4) फंक्शन $(z)=|z|^2$ हर जगह सतत है और ओरिजिन को छोड़कर जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

24. If $f(z)$ is a function of the complex variable $z = x + iy$ given by :

यदि $f(z)$ जटिल वैरिएबल $z = x + iy$ का एक फंक्शन है, निम्न द्वारा दिया गया :

$f(z) = iz + kRe(z) + i\,Im(z)$

Then for what value of k will $f(z)$ satisfy the Cauchy-Riemann equations ?

तो k के किस मान के लिए $f(z)$ कौशी-रीमैन समीकरणों को संतुष्ट करेगा ?

(1) 0 (2) 1 (3) – 1 (4) y

25. If $u=\log\sqrt{x^2+y^2}$, then the analytic function $f(z)$ is :

(1) $\log z + c$ (2) ze^z+ic

(3) ze^z+e^z+c (4) None of these

यदि $u=\log\sqrt{x^2+y^2}$, तो विश्लेषणात्मक फंक्शन $f(z)$ है :

(1) $\log z + c$ (2) ze^z+ic

(3) ze^z+e^z+c (4) इनमें से कोई नहीं

26. For what value of z the function, $z = sin\ hu\ cos\ v + icos\ hu\ sinv$ cases to be analytic ?

z के किस मान के लिए फंक्शन $z = sin\ hu\ cos\ v + icos\ hu\ sinv$ विश्लेषणात्मक होना बंद कर देता है ?

(1) $z=i$ (2) $z=-i$

(3) $z=\pm i$ (4) $z=2i$

27. Find the coefficient of magnification and angle of rotation at $z = 2 + i$ for the $w = z^2$:

$w = z^2$ के लिए $z = 2 + i$ पर आवर्धन गुणांक और घूर्णन के कोण को ज्ञात कीजिए :

(1) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$

(2) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}2$

(3) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}2$

(4) $2\sqrt{3}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$

28. A Mobius transformation with one fixed point z_0 and expressible as $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$, if $z_0 \neq \infty$, is :

(1) Hyperbolic

(2) Elliptic

(3) Parabolic

(4) Loxodromic

एक निश्चित बिंदु z_0 और अभिव्यंजक $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$ के साथ मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन, यदि $z_0 \neq \infty$, है :

(1) अतिपरवलयिक

(2) अण्डाकार

(3) पैराबोलिक

(4) लोक्सोड्रोमिक

29. Find the Mobius transformation which maps the points $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ into the points $w_1 = i$, $w_2 = 0$, $w_3 = -i$:

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन का पता लगाएं, जो पाइंट्स $w_1 = i$; $w_2 = 0$, $w_3 = -i$ में, पॉइंट्स $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ को मैप करता है :

(1) $w = \frac{i + z}{i - z}$

(2) $w = \frac{i - z}{i + z}$

(3) $w = -\frac{i + z}{i - z}$

(4) $w = -\frac{i - z}{i + z}$

30. Mobius transformations which map the half plane $I(z) \geq 0$ into circle $|w| \leq 1$ are :

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन्स जो आधे प्लेन $I(z) \geq 0$ को सर्कल $|w| \leq 1$ में मैप करता है हैं :

(1) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z - \bar{\alpha}}\right)$

(2) $w = e^{-i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z - \bar{\alpha}}\right)$

(3) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z + \alpha}{z - \bar{\alpha}}\right)$

(4) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z + \bar{\alpha}}\right)$

31. The transformation $w = z^2$ transforms the circle $|z - a| = k$ in the z-plane :

(1) to a cardioid in the w-plane, if $a \neq k$

(2) to a cardioid in the w-plane, if $a = k$

(3) to a circle in the w-plane, if $a = k$

(4) to a circle in the w-plane, if $a \neq k$

ट्रांसफॉर्मेशन $w = z^2$ z-प्लेन में वृत्त $|z - a| = k$ को ट्रांसफॉर्म करता है :

(1) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a \neq k$

(2) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a = k$

(3) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a = k$

(4) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a \neq k$

32. Find the nature of the Mobius transformation $w = \frac{3z-4}{z-1}$:

(1) Hyperbolic

(2) Elliptic

(3) Parabolic

(4) Loxodromic

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन $w = \frac{3z-4}{z-1}$ की प्रकृति का पता लगाएं :

(1) अतिपरवलयिक

(2) अण्डाकार

(3) पैराबोलिक

(4) लोक्सोड्रोमिक

33. The image of $|z-3i| = 3$ under the mapping $w = \frac{1}{z}$ is :

$w = \frac{1}{z}$ मैपिंग के तहत $|z-3i| = 3$ की इमेज है :

(1) $6v + 1 = 0$

(2) $6v + 2 = 0$

(3) $6v - 1 = 0$

(4) $6v - 2 = 0$

213974

Total No. of Printed Pages : 13 Sr. No. :

(DO NOT OPEN THIS QUESTION BOOKLET BEFORE TIME OR UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO)

B

Paper I.D. No. : 94106

B. Sc. 6th Sem. (Maths) (Pass) Exam. – Sept., 2020

Real & Complex Analysis

Paper : 12BSM-361

Time : 30 Minutes **Max. Score : 26** **Total Questions : 33**

Roll No. (in figures) ________________ **(in words)** ______________________________

Name of Exam.Centre ______________________________ **Centre Code** ____________

Date of Examination : ________________

______________________ ______________________

(Signature of the Candidate) **(Signature of the Invigilator)**

CANDIDATES MUST READ THE FOLLOWING INFORMATION/INSTRUCTIONS BEFORE STARTING THE QUESTION PAPER.

1. **Attempt any 26 questions.**
2. The candidates must return the Question booklet as well as OMR answer-sheet to the Invigilator concerned before leaving the Examination Hall, failing which a case of use of unfair-means/mis-behaviour will be registered against him/her, in addition to lodging of an FIR with the police. Further the answer-sheet of such a candidate will not be evaluated.
3. Keeping in view the transparency of the examination system, carbonless OMR Sheet is provided to the candidate so that a copy of OMR Sheet may be kept by the candidate.
4. Question Booklet along with answer key of all the A, B, C & D code will be got uploaded on the University website after the conduct of Examination. In case there is any discrepancy in the Question Booklet/Answer Key, the same may be brought to the notice of the Controller of Examination in writing/through E.Mail within 24 hours of uploading the same on the University Website. Thereafter, no complaint in any case, will be considered.
5. The candidate MUST NOT do any rough work or writing in the OMR Answer-Sheet. Rough work, if any, may be done in the question booklet itself. Answers **MUST NOT** be ticked in the Question booklet.
6. **There will be no negative marking. Each correct answer will be awarded one full mark. Cutting, erasing, overwriting and more than one answer in OMR Answer-Sheet will be treated as incorrect answer.**
7. Use only Black or Blue **BALL POINT PEN** of good quality in the OMR Answer-Sheet.
8. BEFORE ANSWERING THE QUESTIONS, THE CANDIDATES SHOULD ENSURE THAT THEY HAVE BEEN SUPPLIED CORRECT AND COMPLETE BOOKLET. COMPLAINTS, IF ANY, REGARDING MISPRINTING ETC. WILL NOT BE ENTERTAINED 15 MINUTES AFTER STARTING OF THE EXAMINATION.

1. $\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)=?$

(1) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n-1}}\frac{\Gamma(2n)}{\Gamma(n+1)}$ (2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}}\frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$

(3) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n+1}}\frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$ (4) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}}\frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n+1)}$

2. Evaluate $\int_0^{\pi/2}\sin^3 x\cos^{5/2}x\,dx$

मूल्यांकन कीजिए $\int_0^{\pi/2}\sin^3 x\cos^{5/2}x\,dx$:

(1) $\frac{8}{77}$ (2) $\frac{6}{77}$ (3) $\frac{4}{77}$ (4) $\frac{2}{77}$

3. If the given region of integration is the positive octant of sphere $x^2+y^2+z^2=a^2$, then the changed limits of integration are :

यदि एकीकरण का दिया क्षेत्र, स्फिअर $x^2+y^2+z^2=a^2$ का सकारात्मक अष्टक है, तो एकीकरण की बदली हुई सीमाएँ हैं :

(1) $0\le r\le a, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi\le 2\pi$ (2) $0\le r\le a, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$

(3) $0\le r\le a, 0\le\theta\le\frac{\pi}{2}, 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$ (4) $0\le r\le a, 0\le\theta\le 2\pi, 0\le\varphi\le\pi$

4. Evaluate $\iint\sqrt{xy-y^2}\,dx\,dy$, over S where S is a triangle with vertices (0, 0), (10, 1) and (1, 1) :

S पर $\iint\sqrt{xy-y^2}\,dx\,dy$ का मूल्यांकन करें, जहाँ S एक त्रिकोण है जिसमें शीर्ष (0, 0), (10, 1) और (1, 1) हैं :

(1) 4 (2) 6 (3) 18 (4) 9

5. Evaluate the integral $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax-y^2}}\, dx\, dy$:

समाकल का मूल्यांकन करें $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax-y^2}}\, dx\, dy$:

(1) $\frac{3\pi a}{2}$ (2) $\frac{5\pi a}{2}$ (3) πa (4) $\frac{\pi a}{2}$

6. Evaluate $\lim_{z \to i} \frac{z^{10}+1}{z^6+1}$:

मूल्यांकन कीजिए $\lim_{z \to i} \frac{z^{10}+1}{z^6+1}$:

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{5}{3}$ (3) 2 (4) 3

7. A cube has sides of length 6. Let one corner be at the origin and the adjacent corners be on the positive *x*, *y* and *z* axes. If the cube's density is proportional to the distance from the *xy*-plane, find its mass. (where *k* is constant of proportionality)

एक घन की भुजाओं की लंबाई 6 है। एक कोने को मूल पर और आसन्न कोनों को सकारात्मक *x*, *y* और *z* अक्षों पर रखें। यदि घन का घनत्व *xy*-तल से दूरी के आनुपातिक है, तो इसका द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। (जहाँ *k* समानता का स्थिरांक है)

(1) $648\,k$ (2) $324\,k$ (3) $162\,k$ (4) $1296\,k$

8. $\iint x^{m-1}.y^{n-1} dx\, dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)}.h^{m+n}$ Over D

(1) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y = h$

(2) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y \geq h$

(3) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y \leq h$

(4) where D is the region $x \geq 0, y \leq 0$ and $x + y \leq h$

$\iint x^{m-1}.y^{n-1} dx\, dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)}.h^{m+n}$ Over D

(1) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y = h$

(2) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y \geq h$

(3) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y \leq h$

(4) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \leq 0$ का और $x + y \leq h$

9. A periodic signal $x(t)$ of the period T_0 is given by $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{for} \quad |t| < T_1 \\ 0 & \text{for} \quad T_1 < |t| < \frac{T_0}{2} \end{cases}$.

The coefficient a_0 of the Fourier series associated with the above given function $x(t)$ can be calculated as :

T_0 अवधि का एक आवधिक संकेत $x(t)$, $x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T_1 \text{ के लिए} \\ 0 & T_1 < |t| < \frac{T_0}{2} \text{ के लिए} \end{cases}$ द्वारा दिया जाता है। उपरोक्त दिए गए फंक्शन $x(t)$ से जुड़े फूरियर श्रृंखला के गुणांक a_0 की गणना इस प्रकार की जा सकती है :

(1) $\frac{T_1}{T_0}$ (2) $\frac{T_1}{2T_0}$

(3) $\frac{2T_1}{T_0}$ (4) $\frac{T_0}{T_1}$

10. The period of the signal $x(t) = 8 \sin(0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ is :

सिग्नल $x(t) = 8 \sin(0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ की अवधि है :

(1) 0.4π s (2) 0.8π s

(3) 1.25π s (4) 2.5 s

11. If f is bounded and integrable on $[-\pi, \pi]$ and a_n and b_n are its Fourier coefficients, then :

यदि f $[-\pi, \pi]$ पर परिबद्ध तथा समाकलनीय है तथा a_n और b_n इसके फूरियर गुणांक हैं, तो :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2+b_n^2\right) \geq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2+b_n^2\right) < \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2+b_n^2\right) \leq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2+b_n^2\right) > \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

12. Find b_n in the expansion of $|\sin x|$ as a Fourier series in $(-\pi, \pi)$:

$(-\pi, \pi)$ में फूरियर शृंखला के रूप में, $|\sin x|$ के विस्तार में b_n ज्ञात कीजिए :

(1) 0

(2) 1

(3) –1

(4) 2

13. Expression of $f(x) = x$ as a half range sine series in $0 < x < 2$ is :

$f(x) = x$ की अभिव्यक्ति $0 < x < 2$ में हाफ रेंज साइन शृंखला के रूप में है :

(1) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(2) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(3) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

(4) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

14. If $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, then using Parsevel's identity :

यदि $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, तो पारसेवल की सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{2}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{4}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$

15. The image or stereographic projection of the point $1 + i$ on the sphere of radius $\frac{1}{2}$ and centre $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ is :

$\frac{1}{2}$ त्रिज्या और केंद्र $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ के गोले पर बिंदु $1 + i$ की इमेज या स्टीरियोग्राफिक प्रक्षेपण है :

(1) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (2) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(3) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ (4) $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

16. Which of the following statement is ***incorrect*** ?

(1) A function is complex differentiable if it is complex differentiable at every point where it is defined.

(2) A function $f(z)$ is said to be analytic at a point z_0 if there exist a neighbourhood $|z - z_0| < \delta$ at all points of which $f'(z)$ exists.

(3) A function is said to harmonic iff $u_x + u_y = 0$.

(4) If u and v are harmonic functions then $f(z) = u + iv$ is an analytic function.

निम्नलिखित में से कौन सा कथन ***गलत*** है ?

(1) एक फंक्शन जटिल अवकलनीय होता है यदि यह प्रत्येक बिंदु पर जटिल अवकलनीय है जहाँ इसे परिभाषित किया जाता है।

(2) एक फंक्शन $f(z)$ को एक बिंदु z_0 पर विश्लेषणात्मक कहा जाता है यदि $f'(z)$ के अस्तित्व वाले सभी बिन्दुओं पर एक प्रतिवास $|z - z_0| < \delta$ का अस्तित्व होता है।

(3) एक फंक्शन को हार्मोनिक कहा जाता है यदि $u_x + u_y = 0$

(4) यदि u और v हार्मोनिक फंक्सन्स हैं तो $f(z) = u + iv$ एक विश्लेषणात्मक फंक्सन है।

17. Find the values of a and b such that the function $f(z) = x^2 + ay^2 + xy + i\left(bx^2 + \frac{y^2}{2} + 2xy\right)$ is analytic :

a और b का मान ज्ञात करें जैसे कि फंक्शन $f(z) = x^2 + ay^2 + xy + i\left(bx^2 + \frac{y^2}{2} + 2xy\right)$ विश्लेषणात्मक है :

(1) $a = -1, b = 1/2$ (2) $a = -1, b = 2$

(3) $a = -1, b = -1/2$ (4) $a = 1, b = 2$

18. Find the ***correct*** statement :

(1) The function $(z) = |z|^2$ is nowhere continuous but everywhere differentiable in complex plane.

(2) The function $(z) = |z|^2$ is nowhere continuous but nowhere differentiable in complex plane.

(3) The function $(z) = |z|^2$ is everywhere continuous and differentiable in complex plane only at the origin.

(4) The function $(z) = |z|^2$ is everywhere continuous and nowhere differentiable in complex plane except at the origin.

सही ***कथन*** को ज्ञात करें :

(1) फंक्शन $(z) = |z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है लेकिन जटिल प्लेन में हर जगह अवकलनीय है।

(2) फंक्शन $(z) = |z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है, लेकिन जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

(3) फंक्शन $(z) = |z|^2$ हर जगह सतत है और जटिल प्लेन में सिर्फ ओरिजिन पर अवकलनीय है।

(4) फंक्शन $(z) = |z|^2$ हर जगह सतत है और ओरिजिन को छोड़कर जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

19. If $f(z)$ is a function of the complex variable $z = x + iy$ given by :

यदि $f(z)$ जटिल वैरिएबल $z = x + iy$ का एक फंक्शन है, निम्न द्वारा दिया गया :

$f(z) = iz + kRe(z) + i\, Im(z)$

Then for what value of k will $f(z)$ satisfy the Cauchy-Riemann equations ?

तो k के किस मान के लिए $f(z)$ कौशी-रीमैन समीकरणों को संतुष्ट करेगा ?

(1) 0 (2) 1 (3) − 1 (4) y

20. If $u = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, then the analytic function $f(z)$ is :

(1) $\log z + c$
(2) $ze^z + ic$
(3) $ze^z + e^z + c$
(4) None of these

यदि $u = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, तो विश्लेषणात्मक फंक्शन $f(z)$ है :

(1) $\log z + c$
(2) $ze^z + ic$
(3) $ze^z + e^z + c$
(4) इनमें से कोई नहीं

21. For what value of z the function, $z = \sin hu \cos v + i\cos hu \sin v$ cases to be analytic ?

z के किस मान के लिए फंक्शन $z = \sin hu \cos v + i\cos hu \sin v$ विश्लेषणात्मक होना बंद कर देता है ?

(1) $z = i$
(2) $z = -i$
(3) $z = \pm i$
(4) $z = 2i$

22. Find the coefficient of magnification and angle of rotation at $z = 2 + i$ for the $w = z^2$:

$w = z^2$ के लिए $z = 2 + i$ पर आवर्धन गुणांक और घूर्णन के कोण को ज्ञात कीजिए :

(1) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$
(2) $2\sqrt{5}, \tan^{-1} 2$
(3) $2\sqrt{5}, \tan^{-1} 2$
(4) $2\sqrt{3}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$

23. A Mobius transformation with one fixed point z_0 and expressible as $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$, if $z_0 \neq \infty$, is :

(1) Hyperbolic
(2) Elliptic
(3) Parabolic
(4) Loxodromic

एक निश्चित बिंदु z_0 और अभिव्यंजक $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$ के साथ मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन, यदि $z_0 \neq \infty$, है :

(1) अतिपरवलयिक
(2) अण्डाकार
(3) पैराबोलिक
(4) लोक्सोड्रोमिक

24. Find the Mobius transformation which maps the points $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ into the points $w_1 = i$, $w_2 = 0$, $w_3 = -i$:

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन का पता लगाएं, जो पाइंट्स $w_1 = i$, $w_2 = 0$, $w_3 = -i$ में, पॉइंट्स $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ को मैप करता है :

(1) $w = \frac{i + z}{i - z}$
(2) $w = \frac{i - z}{i + z}$
(3) $w = -\frac{i + z}{i - z}$
(4) $w = -\frac{i - z}{i + z}$

25. Mobius transformations which map the half plane $I(z) \geq 0$ into circle $|w| \leq 1$ are :

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन्स जो आधे प्लेन $I(z) \geq 0$ को सर्कल $|w| \leq 1$ में मैप करता है हैं :

(1) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z-\alpha}{z-\alpha}\right)$

(2) $w = e^{-i\lambda}\left(\frac{z-\alpha}{z-\overline{\alpha}}\right)$

(3) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z+\alpha}{z-\overline{\alpha}}\right)$

(4) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z-\alpha}{z+\overline{\alpha}}\right)$

26. The transformation $w = z^2$ transforms the circle $|z - a| = k$ in the z-plane :

(1) to a cardioid in the w-plane, if $a \neq k$

(2) to a cardioid in the w-plane, if $a = k$

(3) to a circle in the w-plane, if $a = k$

(4) to a circle in the w-plane, if $a \neq k$

ट्रांसफॉर्मेशन $w = z^2$ z-प्लेन में वृत्त $|z - a| = k$ को ट्रांसफॉर्म करता है :

(1) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a \neq k$

(2) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a = k$

(3) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a = k$

(4) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a \neq k$

27. Find the nature of the Mobius transformation $w = \frac{3z-4}{z-1}$:

(1) Hyperbolic (2) Elliptic

(3) Parabolic (4) Loxodromic

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन $w = \frac{3z-4}{z-1}$ की प्रकृति का पता लगाएं :

(1) अतिपरवलयिक (2) अण्डाकार

(3) पैराबोलिक (4) लोक्सोड्रोमिक

28. The image of $|z - 3i| = 3$ under the mapping $w = \frac{1}{z}$ is :

$w = \frac{1}{z}$ मैपिंग के तहत $|z - 3i| = 3$ की इमेज है :

(1) $6v + 1 = 0$ (2) $6v + 2 = 0$

(3) $6v - 1 = 0$ (4) $6v - 2 = 0$

29. If $u = \frac{x}{y-z}, v = \frac{y}{z-x}, w = \frac{z}{x-y}$, find $\frac{\partial(u.v,w)}{\partial(x.y,z)}$:

यदि $u = \frac{x}{y-z}, v = \frac{y}{z-x}, w = \frac{z}{x-y}$, ज्ञात कीजिए $\frac{\partial(u.v,w)}{\partial(x.y,z)}$:

(1) 0 (2) 1

(3) –1 (4) 2

30. The functions $u = x^2 + y^2 + z^2$, $v = xy - yz - zx$ and $w = x + y - z$ are dependent. Find the relation connecting them :

फंक्शन $u = x^2 + y^2 + z^2$, $v = xy - yz - zx$ और $w = x + y - z$ निर्भर हैं। उन्हें जोड़ने वाला संबंध ज्ञात कीजिए :

(1) $w = u + 2v$ (2) $w = 2u + v$

(3) $w^2 = u + v$ (4) $w^2 = u + 2v$

31. Express the integral $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में समाकल $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ व्यक्त करें :

(1) $B\left(\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$ (2) $B\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$

(3) $B\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ (4) $B\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$

32. Find $\int_0^\infty \frac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में $\int_0^\infty \frac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ ज्ञात कीजिए :

(1) $B(m, n)$ (2) $\frac{1}{2}B(m, n)$

(3) $2B(m, n)$ (4) $4B(m, n)$

33. $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = ?$

(1) $\sqrt{\pi}$ (2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(3) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ (4) π

Total No. of Printed Pages : 13 Sr. No. : 213975

(DO NOT OPEN THIS QUESTION BOOKLET BEFORE TIME OR UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO)

C

Paper I.D. No. : 94106

B. Sc. 6th Sem. (Maths) (Pass) Exam. – Sept., 2020

Real & Complex Analysis

Paper : 12BSM-361

Time : 30 Minutes **Max. Score : 26** **Total Questions : 33**

Roll No. (in figures) ________________ **(in words)** ________________________

Name of Exam.Centre ______________________________ **Centre Code** ____________

Date of Examination : ________________

________________________ ________________________

(Signature of the Candidate) **(Signature of the Invigilator)**

CANDIDATES MUST READ THE FOLLOWING INFORMATION/INSTRUCTIONS BEFORE STARTING THE QUESTION PAPER.

1. **Attempt any 26 questions.**
2. The candidates must return the Question booklet as well as OMR answer-sheet to the Invigilator concerned before leaving the Examination Hall, failing which a case of use of unfair-means/mis-behaviour will be registered against him/her, in addition to lodging of an FIR with the police. Further the answer-sheet of such a candidate will not be evaluated.
3. Keeping in view the transparency of the examination system, carbonless OMR Sheet is provided to the candidate so that a copy of OMR Sheet may be kept by the candidate.
4. Question Booklet along with answer key of all the A, B, C & D code will be got uploaded on the University website after the conduct of Examination. In case there is any discrepancy in the Question Booklet/Answer Key, the same may be brought to the notice of the Controller of Examination in writing/through E.Mail within 24 hours of uploading the same on the University Website. Thereafter, no complaint in any case, will be considered.
5. The candidate MUST NOT do any rough work or writing in the OMR Answer-Sheet. Rough work, if any, may be done in the question booklet itself. Answers **MUST NOT** be ticked in the Question booklet.
6. **There will be no negative marking. Each correct answer will be awarded one full mark. Cutting, erasing, overwriting and more than one answer in OMR Answer-Sheet will be treated as incorrect answer.**
7. Use only Black or Blue **BALL POINT PEN** of good quality in the OMR Answer-Sheet.
8. BEFORE ANSWERING THE QUESTIONS, THE CANDIDATES SHOULD ENSURE THAT THEY HAVE BEEN SUPPLIED CORRECT AND COMPLETE BOOKLET. COMPLAINTS, IF ANY, REGARDING MISPRINTING ETC. WILL NOT BE ENTERTAINED 15 MINUTES AFTER STARTING OF THE EXAMINATION.

1. Evaluate $\lim\limits_{z \to i} \dfrac{z^{10}+1}{z^6+1}$:

मूल्यांकन कीजिए $\lim\limits_{z \to i} \dfrac{z^{10}+1}{z^6+1}$:

(1) $\dfrac{3}{2}$ (2) $\dfrac{5}{3}$

(3) 2 (4) 3

2. A cube has sides of length 6. Let one corner be at the origin and the adjacent corners be on the positive x, y and z axes. If the cube's density is proportional to the distance from the xy-plane, find its mass. (where k is constant of proportionality)

एक घन की भुजाओं की लंबाई 6 है। एक कोने को मूल पर और आसन्न कोनों को सकारात्मक x, y और z अक्षों पर रखें। यदि घन का घनत्व xy-तल से दूरी के आनुपातिक है, तो इसका द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। (जहाँ k समानता का स्थिरांक है)

(1) $648\,k$ (2) $324\,k$

(3) $162\,k$ (4) $1296\,k$

3. $\iint x^{m-1}.y^{n-1}dx\,dy = \dfrac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)}.h^{m+n}$ Over D

(1) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y = h$

(2) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y \geq h$

(3) where D is the region $x \geq 0, y \geq 0$ and $x + y \leq h$

(4) where D is the region $x \geq 0, y \leq 0$ and $x + y \leq h$

$$\iint x^{m-1} \cdot y^{n-1} dx\, dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)} \cdot h^{m+n} \text{ Over } D$$

(1) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y = h$

(2) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y \geq h$

(3) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x + y \leq h$

(4) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \leq 0$ का और $x + y \leq h$

4. A periodic signal $x(t)$ of the period T_0 is given by $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{for} \quad |t| < T_1 \\ 0 & \text{for} \quad T_l < |t| < \frac{T_0}{2} \end{cases}$. The coefficient a_0 of the Fourier series associated with the above given function $x(t)$ can be calculated as :

T_0 अवधि का एक आवधिक संकेत $x(t)$, $x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T_1 \quad \text{के लिए} \\ 0 & T_l < |t| < \frac{T_0}{2} \quad \text{के लिए} \end{cases}$ द्वारा दिया जाता है। उपरोक्त दिए गए फंक्शन $x(t)$ से जुड़े फूरियर शृंखला के गुणांक a_0 की गणना इस प्रकार की जा सकती है :

(1) $\frac{T_1}{T_0}$

(2) $\frac{T_1}{2T_0}$

(3) $\frac{2T_1}{T_0}$

(4) $\frac{T_0}{T_1}$

5. The period of the signal $x(t) = 8 \sin (0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ is :

सिग्नल $x(t) = 8 \sin (0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ की अवधि है :

(1) 0.4π s

(2) 0.8π s

(3) 1.25π s

(4) 2.5 s

6. If f is bounded and integrable on $[-\pi, \pi]$ and a_n and b_n are its Fourier coefficients, then :

यदि f $[-\pi, \pi]$ पर परिबद्ध तथा समाकलनीय है तथा a_n और b_n इसके फूरियर गुणांक हैं, तो :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n^2 + b_n^2\right) \geq \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n^2 + b_n^2\right) < \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n^2 + b_n^2\right) \leq \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n^2 + b_n^2\right) > \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

7. Find b_n in the expansion of $|\sin x|$ as a Fourier series in $(-\pi, \pi)$:

$(-\pi, \pi)$ में फूरियर शृंखला के रूप में, $|\sin x|$ के विस्तार में b_n ज्ञात कीजिए :

(1) 0

(2) 1

(3) –1

(4) 2

8. Expression of $f(x) = x$ as a half range sine series in $0 < x < 2$ is :

$f(x) = x$ की अभिव्यक्ति $0 < x < 2$ में हाफ रेंज साइन शृंखला के रूप में है :

(1) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(2) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(3) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

(4) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

9. If $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, then using Parsevel's identity :

यदि $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, तो पारसेवल की सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{2}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{4}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$

10. The image or stereographic projection of the point $1 + i$ on the sphere of radius $\frac{1}{2}$ and centre $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ is :

$\frac{1}{2}$ त्रिज्या और केंद्र $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ के गोले पर बिंदु $1 + i$ की इमेज या स्टीरियोग्राफिक प्रक्षेपण है :

(1) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(2) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(3) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(4) $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

11. Which of the following statement is ***incorrect*** ?

(1) A function is complex differentiable if it is complex differentiable at every point where it is defined.

(2) A function $f(z)$ is said to be analytic at a point z_0 if there exist a neighbourhood $|z - z_0| < \delta$ at all points of which $f'(z)$ exists.

(3) A function is said to harmonic iff $u_x + u_y = 0$.

(4) If u and v are harmonic functions then $f(z) = u + iv$ is an analytic function.

निम्नलिखित में से कौन सा कथन ***गलत*** है ?

(1) एक फंक्शन जटिल अवकलनीय होता है यदि यह प्रत्येक बिंदु पर जटिल अवकलनीय है जहाँ इसे परिभाषित किया जाता है।

(2) एक फंक्शन $f(z)$ को एक बिंदु z_0 पर विश्लेषणात्मक कहा जाता है यदि $f'(z)$ के अस्तित्व वाले सभी बिन्दुओं पर एक प्रतिवास $|z - z_0| < \delta$ का अस्तित्व होता है।

(3) एक फंक्शन को हार्मोनिक कहा जाता है यदि $u_x + u_y = 0$

(4) यदि u और v हार्मोनिक फंक्सन्स हैं तो $f(z) = u + iv$ एक विश्लेषणात्मक फंक्सन है।

12. Find the values of a and b such that the function $f(z) = x^2 + ay^2 + xy + i\left(bx^2 + \frac{y^2}{2} + 2xy\right)$ is analytic :

a और b का मान ज्ञात करें जैसे कि फंक्शन $f(z) = x^2 + ay^2 + xy + i\left(bx^2 + \frac{y^2}{2} + 2xy\right)$ विश्लेषणात्मक है :

(1) $a = -1, b = 1/2$

(2) $a = -1, b = 2$

(3) $a = -1, b = -1/2$

(4) $a = 1, b = 2$

13. Find the ***correct*** statement :

(1) The function $(z) = |z|^2$ is nowhere continuous but everywhere differentiable in complex plane.

(2) The function $(z) = |z|^2$ is nowhere continuous but nowhere differentiable in complex plane.

(3) The function $(z) = |z|^2$ is everywhere continuous and differentiable in complex plane only at the origin.

(4) The function $(z) = |z|^2$ is everywhere continuous and nowhere differentiable in complex plane except at the origin.

सही ***कथन*** को ज्ञात करें :

(1) फंक्शन $(z) = |z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है लेकिन जटिल प्लेन में हर जगह अवकलनीय है।

(2) फंक्शन $(z) = |z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है, लेकिन जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

(3) फंक्शन $(z) = |z|^2$ हर जगह सतत है और जटिल प्लेन में सिर्फ ओरिजिन पर अवकलनीय है।

(4) फंक्शन $(z) = |z|^2$ हर जगह सतत है और ओरिजिन को छोड़कर जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

14. If $f(z)$ is a function of the complex variable $z = x + iy$ given by :

यदि $f(z)$ जटिल वैरिएबल $z = x + iy$ का एक फंक्शन है, निम्न द्वारा दिया गया :

$f(z) = iz + kRe(z) + i\,Im(z)$

Then for what value of k will $f(z)$ satisfy the Cauchy-Riemann equations ?

तो k के किस मान के लिए $f(z)$ कौशी-रीमैन समीकरणों को संतुष्ट करेगा ?

(1) 0 (2) 1 (3) – 1 (4) y

15. If $u = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, then the analytic function $f(z)$ is :

(1) $\log z + c$

(2) $ze^z + ic$

(3) $ze^z + e^z + c$

(4) None of these

यदि $u = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, तो विश्लेषणात्मक फंक्शन $f(z)$ है :

(1) $\log z + c$

(2) $ze^z + ic$

(3) $ze^z + e^z + c$

(4) इनमें से कोई नहीं

16. For what value of z the function, $z = sin\, hu \cos v + icos\, hu\, sinv$ cases to be analytic ?

z के किस मान के लिए फंक्शन $z = sin\, hu \cos v + icos\, hu\, sinv$ विश्लेषणात्मक होना बंद कर देता है ?

(1) $z = i$

(2) $z = -i$

(3) $z = \pm i$

(4) $z = 2i$

17. Find the coefficient of magnification and angle of rotation at $z = 2 + i$ for the $w = z^2$:
$w = z^2$ के लिए $z = 2 + i$ पर आवर्धन गुणांक और घूर्णन के कोण को ज्ञात कीजिए :

(1) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$ (2) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}2$

(3) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}2$ (4) $2\sqrt{3}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$

18. A Mobius transformation with one fixed point z_0 and expressible as $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$, if $z_0 \neq \infty$, is :

(1) Hyperbolic (2) Elliptic

(3) Parabolic (4) Loxodromic

एक निश्चित बिंदु z_0 और अभिव्यंजक $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$ के साथ मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन, यदि $z_0 \neq \infty$, है :

(1) अतिपरवलयिक (2) अण्डाकार

(3) पैराबोलिक (4) लोक्सोड्रोमिक

19. Find the Mobius transformation which maps the points $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ into the points $w_1 = i$, $w_2 = 0$, $w_3 = -i$:

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन का पता लगाएं, जो पाइंट्स $w_1 = i$, $w_2 = 0$, $w_3 = -i$ में, पॉइंट्स $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ को मैप करता है :

(1) $w = \frac{i + z}{i - z}$ (2) $w = \frac{i - z}{i + z}$

(3) $w = -\frac{i + z}{i - z}$ (4) $w = -\frac{i - z}{i + z}$

20. Mobius transformations which map the half plane $I(z) \geq 0$ into circle $|w| \leq 1$ are :

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन्स जो आधे प्लेन $I(z) \geq 0$ को सर्कल $|w| \leq 1$ में मैप करता है हैं :

(1) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z - \overline{\alpha}}\right)$

(2) $w = e^{-i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z - \overline{\alpha}}\right)$

(3) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z + \alpha}{z - \overline{\alpha}}\right)$

(4) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z + \overline{\alpha}}\right)$

21. The transformation $w = z^2$ transforms the circle $|z - a| = k$ in the z-plane :

(1) to a cardioid in the w-plane, if $a \neq k$

(2) to a cardioid in the w-plane, if $a = k$

(3) to a circle in the w-plane, if $a = k$

(4) to a circle in the w-plane, if $a \neq k$

ट्रांसफॉर्मेशन $w = z^2$ z-प्लेन में वृत्त $|z - a| = k$ को ट्रांसफॉर्म करता है :

(1) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a \neq k$

(2) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a = k$

(3) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a = k$

(4) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a \neq k$

22. Find the nature of the Mobius transformation $w = \frac{3z-4}{z-1}$:

(1) Hyperbolic (2) Elliptic

(3) Parabolic (4) Loxodromic

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन $w = \frac{3z-4}{z-1}$ की प्रकृति का पता लगाएं :

(1) अतिपरवलयिक (2) अण्डाकार

(3) पैराबोलिक (4) लोक्सोड्रोमिक

23. The image of $|z-3i| = 3$ under the mapping $w = \frac{1}{z}$ is :

$w = \frac{1}{z}$ मैपिंग के तहत $|z-3i| = 3$ की इमेज है :

(1) $6v + 1 = 0$ (2) $6v + 2 = 0$

(3) $6v - 1 = 0$ (4) $6v - 2 = 0$

24. If $u = \frac{x}{y-z}, v = \frac{y}{z-x}, w = \frac{z}{x-y}$, find $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$:

यदि $u = \frac{x}{y-z}, v = \frac{y}{z-x}, w = \frac{z}{x-y}$, ज्ञात कीजिए $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$:

(1) 0 (2) 1

(3) –1 (4) 2

25. The functions $u = x^2 + y^2 + z^2$, $v = xy - yz - zx$ and $w = x + y - z$ are dependent. Find the relation connecting them :

फंक्शन $u = x^2 + y^2 + z^2$, $v = xy - yz - zx$ और $w = x + y - z$ निर्भर हैं। उन्हें जोड़ने वाला संबंध ज्ञात कीजिए :

(1) $w = u + 2v$ (2) $w = 2u + v$

(3) $w^2 = u + v$ (4) $w^2 = u + 2v$

26. Express the integral $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में समाकल $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ व्यक्त करें :

(1) $B\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$ (2) $B\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$

(3) $B\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (4) $B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

27. Find $\int_0^\infty \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में $\int_0^\infty \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ ज्ञात कीजिए :

(1) $B(m, n)$ (2) $\frac{1}{2}B(m, n)$

(3) $2B(m, n)$ (4) $4B(m, n)$

28. $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = ?$

(1) $\sqrt{\pi}$ (2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ (4) π

29. $\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = ?$

(1) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n-1}} \frac{\Gamma(2n)}{\Gamma(n+1)}$ (2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$

(3) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n+1}} \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$ (4) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n+1)}$

30. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^{5/2} x \, dx$

मूल्यांकन कीजिए $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^{5/2} x \, dx$:

(1) $\frac{8}{77}$ (2) $\frac{6}{77}$ (3) $\frac{4}{77}$ (4) $\frac{2}{77}$

31. If the given region of integration is the positive octant of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, then the changed limits of integration are :

यदि एकीकरण का दिया क्षेत्र, स्फिअर $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का सकारात्मक अष्टक है, तो एकीकरण की बदली हुई सीमाएँ हैं :

(1) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi$

(2) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

(3) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

(4) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le 2\pi, 0 \le \varphi \le \pi$

32. Evaluate $\iint \sqrt{xy - y^2} \, dx \, dy$, over S where S is a triangle with vertices (0, 0), (10, 1) and (1, 1) :

S पर $\iint \sqrt{xy - y^2} \, dx \, dy$ का मूल्यांकन करें, जहाँ S एक त्रिकोण है जिसमें शीर्ष (0, 0), (10, 1) और (1, 1) हैं :

(1) 4 (2) 6 (3) 18 (4) 9

33. Evaluate the integral $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax - y^2}} \, dx \, dy$:

समाकल का मूल्यांकन करें $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax - y^2}} \, dx \, dy$:

(1) $\frac{3\pi a}{2}$ (2) $\frac{5\pi a}{2}$ (3) πa (4) $\frac{\pi a}{2}$

213972

Total No. of Printed Pages : 13

Sr. No. :

(DO NOT OPEN THIS QUESTION BOOKLET BEFORE TIME OR UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO)

D

Paper I.D. No. : 94106

B. Sc. 6th Sem. (Maths) (Pass) Exam. – Sept., 2020

Real & Complex Analysis

Paper : 12BSM-361

Time : 30 Minutes **Max. Score : 26** **Total Questions : 33**

Roll No. (in figures) ____________ **(in words)** ____________________

Name of Exam.Centre ______________________ **Centre Code** __________

Date of Examination : ____________

(Signature of the Candidate)

(Signature of the Invigilator)

CANDIDATES MUST READ THE FOLLOWING INFORMATION/INSTRUCTIONS BEFORE STARTING THE QUESTION PAPER.

1. **Attempt any 26 questions.**
2. The candidates must return the Question booklet as well as OMR answer-sheet to the Invigilator concerned before leaving the Examination Hall, failing which a case of use of unfair-means/mis-behaviour will be registered against him/her, in addition to lodging of an FIR with the police. Further the answer-sheet of such a candidate will not be evaluated.
3. Keeping in view the transparency of the examination system, carbonless OMR Sheet is provided to the candidate so that a copy of OMR Sheet may be kept by the candidate.
4. Question Booklet along with answer key of all the A, B, C & D code will be got uploaded on the University website after the conduct of Examination. In case there is any discrepancy in the Question Booklet/Answer Key, the same may be brought to the notice of the Controller of Examination in writing/through E.Mail within 24 hours of uploading the same on the University Website. Thereafter, no complaint in any case, will be considered.
5. The candidate MUST NOT do any rough work or writing in the OMR Answer-Sheet. Rough work, if any, may be done in the question booklet itself. Answers **MUST NOT** be ticked in the Question booklet.
6. **There will be no negative marking. Each correct answer will be awarded one full mark. Cutting, erasing, overwriting and more than one answer in OMR Answer-Sheet will be treated as incorrect answer.**
7. Use only Black or Blue **BALL POINT PEN** of good quality in the OMR Answer-Sheet.
8. BEFORE ANSWERING THE QUESTIONS, THE CANDIDATES SHOULD ENSURE THAT THEY HAVE BEEN SUPPLIED CORRECT AND COMPLETE BOOKLET. COMPLAINTS, IF ANY, REGARDING MISPRINTING ETC. WILL NOT BE ENTERTAINED 15 MINUTES AFTER STARTING OF THE EXAMINATION.

1. If f is bounded and integrable on $[-\pi, \pi]$ and a_n and b_n are its Fourier coefficients, then :

यदि f $[-\pi, \pi]$ पर परिबद्ध तथा समाकलनीय है तथा a_n और b_n इसके फूरियर गुणांक हैं, तो :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2 + b_n^2\right) \geq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2 + b_n^2\right) < \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2 + b_n^2\right) \leq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2 + b_n^2\right) > \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2 dx$

2. Find b_n in the expansion of $|\sin x|$ as a Fourier series in $(-\pi, \pi)$:

$(-\pi, \pi)$ में फूरियर शृंखला के रूप में, $|\sin x|$ के विस्तार में b_n ज्ञात कीजिए :

(1) 0

(2) 1

(3) –1

(4) 2

3. Expression of $f(x) = x$ as a half range sine series in $0 < x < 2$ is :

$f(x) = x$ की अभिव्यक्ति $0 < x < 2$ में हाफ रेंज साइन श्रृंखला के रूप में है :

(1) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(2) $f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{3\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{4\pi x}{2} + ...\right)$

(3) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\sin\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

(4) $f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\cos\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{3\pi x}{2} + \frac{1}{3}\cos\frac{5\pi x}{2} - \frac{1}{4}\cos\frac{7\pi x}{2} + ...\right)$

4. If $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, then using Parsevel's identity :

यदि $x = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx$, तो पारसेवल की सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए :

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{2}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{4}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$

5. The image or stereographic projection of the point $1 + i$ on the sphere of radius $\frac{1}{2}$ and centre $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ is :

$\frac{1}{2}$ त्रिज्या और केंद्र $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ के गोले पर बिंदु $1 + i$ की इमेज या स्टीरियोग्राफिक प्रक्षेपण है :

(1) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(2) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(3) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(4) $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

6. Which of the following statement is ***incorrect*** ?

(1) A function is complex differentiable if it is complex differentiable at every point where it is defined.

(2) A function $f(z)$ is said to be analytic at a point z_0 if there exist a neighbourhood $|z - z_0| < \delta$ at all points of which $f'(z)$ exists.

(3) A function is said to harmonic iff $u_x + u_y = 0$.

(4) If u and v are harmonic functions then $f(z) = u + iv$ is an analytic function.

निम्नलिखित में से कौन सा कथन ***गलत*** है ?

(1) एक फंक्शन जटिल अवकलनीय होता है यदि यह प्रत्येक बिंदु पर जटिल अवकलनीय है जहाँ इसे परिभाषित किया जाता है।

(2) एक फंक्शन $f(z)$ को एक बिंदु z_0 पर विश्लेषणात्मक कहा जाता है यदि $f'(z)$ के अस्तित्व वाले सभी बिन्दुओं पर एक प्रतिवास $|z - z_0| < \delta$ का अस्तित्व होता है।

(3) एक फंक्शन को हार्मोनिक कहा जाता है यदि $u_x + u_y = 0$

(4) यदि u और v हार्मोनिक फंक्सन्स हैं तो $f(z) = u + iv$ एक विश्लेषणात्मक फंक्सन है।

7. Find the values of a and b such that the function $f(z) = x^2 + ay^2 + xy + i\left(bx^2 + \frac{y^2}{2} + 2xy\right)$ is analytic :

a और b का मान ज्ञात करें जैसे कि फंक्शन $f(z) = x^2 + ay^2 + xy + i\left(bx^2 + \frac{y^2}{2} + 2xy\right)$ विश्लेषणात्मक है :

(1) $a = -1, b = 1/2$

(2) $a = -1, b = 2$

(3) $a = -1, b = -1/2$

(4) $a = 1, b = 2$

8. Find the ***correct*** statement :

(1) The function $(z) = |z|^2$ is nowhere continuous but everywhere differentiable in complex plane.

(2) The function $(z) = |z|^2$ is nowhere continuous but nowhere differentiable in complex plane.

(3) The function $(z) = |z|^2$ is everywhere continuous and differentiable in complex plane only at the origin.

(4) The function $(z) = |z|^2$ is everywhere continuous and nowhere differentiable in complex plane except at the origin.

सही ***कथन*** को ज्ञात करें :

(1) फंक्शन $(z) = |z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है लेकिन जटिल प्लेन में हर जगह अवकलनीय है।

(2) फंक्शन $(z) = |z|^2$ कहीं भी सतत नहीं है, लेकिन जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

(3) फंक्शन $(z) = |z|^2$ हर जगह सतत है और जटिल प्लेन में सिर्फ ओरिजिन पर अवकलनीय है।

(4) फंक्शन $(z) = |z|^2$ हर जगह सतत है और ओरिजिन को छोड़कर जटिल प्लेन में कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

9. If $f(z)$ is a function of the complex variable $z = x + iy$ given by :

यदि $f(z)$ जटिल वैरिएबल $z = x + iy$ का एक फंक्शन है, निम्न द्वारा दिया गया :

$f(z) = iz + kRe(z) + i\,Im(z)$

Then for what value of k will $f(z)$ satisfy the Cauchy-Riemann equations ?

तो k के किस मान के लिए $f(z)$ कौशी-रीमैन समीकरणों को संतुष्ट करेगा ?

(1) 0 (2) 1 (3) – 1 (4) y

10. If $u = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, then the analytic function $f(z)$ is :

(1) $\log z + c$

(2) $ze^z + ic$

(3) $ze^z + e^z + c$

(4) None of these

यदि $u = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, तो विश्लेषणात्मक फंक्शन $f(z)$ है :

(1) $\log z + c$

(2) $ze^z + ic$

(3) $ze^z + e^z + c$

(4) इनमें से कोई नहीं

11. For what value of z the function, $z = \sin hu \cos v + i\cos hu \sin v$ cases to be analytic ?

z के किस मान के लिए फंक्शन $z = \sin hu \cos v + i\cos hu \sin v$ विश्लेषणात्मक होना बंद कर देता है ?

(1) $z = i$

(2) $z = -i$

(3) $z = \pm i$

(4) $z = 2i$

12. Find the coefficient of magnification and angle of rotation at $z = 2 + i$ for the $w = z^2$:

$w = z^2$ के लिए $z = 2 + i$ पर आवर्धन गुणांक और घूर्णन के कोण को ज्ञात कीजिए :

(1) $2\sqrt{5}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$

(2) $2\sqrt{5}, \tan^{-1} 2$

(3) $2\sqrt{5}, \tan^{-1} 2$

(4) $2\sqrt{3}, \tan^{-1}\frac{1}{2}$

13. A Mobius transformation with one fixed point z_0 and expressible as $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$, if $z_0 \neq \infty$, is :

(1) Hyperbolic

(2) Elliptic

(3) Parabolic

(4) Loxodromic

एक निश्चित बिंदु z_0 और अभिव्यंजक $\frac{1}{w - z_0} = \frac{1}{z - z_0} + h$ के साथ मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन, यदि $z_0 \neq \infty$, है :

(1) अतिपरवलयिक

(2) अण्डाकार

(3) पैराबोलिक

(4) लोक्सोड्रोमिक

14. Find the Mobius transformation which maps the points $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ into the points $w_1 = i$, $w_2 = 0$, $w_3 = -i$:

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन का पता लगाएं, जो पाइंट्स $w_1 = i$, $w_2 = 0$, $w_3 = -i$ में, पॉइंट्स $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ को मैप करता है :

(1) $w = \frac{i + z}{i - z}$

(2) $w = \frac{i - z}{i + z}$

(3) $w = -\frac{i + z}{i - z}$

(4) $w = -\frac{i - z}{i + z}$

15. Mobius transformations which map the half plane $I(z) \geq 0$ into circle $|w| \leq 1$ are :

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन्स जो आधे प्लेन $I(z) \geq 0$ को सर्कल $|w| \leq 1$ में मैप करता है हैं :

(1) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z - \bar{\alpha}}\right)$

(2) $w = e^{-i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z - \bar{\alpha}}\right)$

(3) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z + \alpha}{z - \bar{\alpha}}\right)$

(4) $w = e^{i\lambda}\left(\frac{z - \alpha}{z + \bar{\alpha}}\right)$

16. The transformation $w = z^2$ transforms the circle $|z - a| = k$ in the z-plane :

(1) to a cardioid in the w-plane, if $a \neq k$

(2) to a cardioid in the w-plane, if $a = k$

(3) to a circle in the w-plane, if $a = k$

(4) to a circle in the w-plane, if $a \neq k$

ट्रांसफॉर्मेशन $w = z^2$ z-प्लेन में वृत्त $|z - a| = k$ को ट्रांसफॉर्म करता है :

(1) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a \neq k$

(2) डब्ल्यू-प्लेन में एक कार्डियोड में, यदि $a = k$

(3) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a = k$

(4) डब्ल्यू-प्लेन में एक सर्कल में, यदि $a \neq k$

17. Find the nature of the Mobius transformation $w = \frac{3z-4}{z-1}$:

(1) Hyperbolic
(2) Elliptic
(3) Parabolic
(4) Loxodromic

मोबियस ट्रांसफॉर्मेशन $w = \frac{3z-4}{z-1}$ की प्रकृति का पता लगाएं :

(1) अतिपरवलयिक
(2) अण्डाकार
(3) पैराबोलिक
(4) लोक्सोड्रोमिक

18. The image of $|z-3i|=3$ under the mapping $w = \frac{1}{z}$ is :

$w = \frac{1}{z}$ मैपिंग के तहत $|z-3i|=3$ की इमेज है :

(1) $6v+1=0$
(2) $6v+2=0$
(3) $6v-1=0$
(4) $6v-2=0$

19. If $u = \frac{x}{y-z}, v = \frac{y}{z-x}, w = \frac{z}{x-y}$, find $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$:

यदि $u = \frac{x}{y-z}, v = \frac{y}{z-x}, w = \frac{z}{x-y}$, ज्ञात कीजिए $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$:

(1) 0
(2) 1
(3) −1
(4) 2

20. The functions $u = x^2+y^2+z^2$, $v = xy - yz - zx$ and $w = x+y-z$ are dependent. Find the relation connecting them :

फंक्शन $u = x^2+y^2+z^2$, $v = xy - yz - zx$ और $w = x+y-z$ निर्भर हैं। उन्हें जोड़ने वाला संबंध ज्ञात कीजिए :

(1) $w = u+2v$
(2) $w = 2u+v$
(3) $w^2 = u+v$
(4) $w^2 = u+2v$

21. Express the integral $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में समाकल $\int_0^2 \sqrt{x}(4-x^2)^{-1/4}\,dx$ व्यक्त करें :

(1) $B\left(\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$
(2) $B\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$
(3) $B\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$
(4) $B\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$

22. Find $\int_0^\infty \frac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ in terms of Beta function :

बीटा फंक्शन के संदर्भ में $\int_0^\infty \frac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$ ज्ञात कीजिए :

(1) $B(m,n)$
(2) $\frac{1}{2}B(m,n)$
(3) $2B(m,n)$
(4) $4B(m,n)$

23. $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = ?$

(1) $\sqrt{\pi}$
(2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$
(3) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$
(4) π

24. $\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = ?$

(1) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n-1}}\frac{\Gamma(2n)}{\Gamma(n+1)}$
(2) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}}\frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$
(3) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n+1}}\frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n-1)}$
(4) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}}\frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n+1)}$

25. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^{5/2} x\, dx$

मूल्यांकन कीजिए $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^{5/2} x\, dx$:

(1) $\frac{8}{77}$ (2) $\frac{6}{77}$ (3) $\frac{4}{77}$ (4) $\frac{2}{77}$

26. If the given region of integration is the positive octant of sphere $x^2+y^2+z^2=a^2$, then the changed limits of integration are :

यदि एकीकरण का दिया क्षेत्र, स्फिअर $x^2+y^2+z^2=a^2$ का सकारात्मक अष्टक है, तो एकीकरण की बदली हुई सीमाएँ हैं :

(1) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi$

(2) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

(3) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

(4) $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le 2\pi, 0 \le \varphi \le \pi$

27. Evaluate $\iint \sqrt{xy-y^2}\, dx\, dy$, over S where S is a triangle with vertices (0, 0), (10, 1) and (1, 1) :

S पर $\iint \sqrt{xy-y^2}\, dx\, dy$ का मूल्यांकन करें, जहाँ S एक त्रिकोण है जिसमें शीर्ष (0, 0), (10, 1) और (1, 1) हैं :

(1) 4 (2) 6 (3) 18 (4) 9

28. Evaluate the integral $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax-y^2}}\, dx\, dy$:

समाकल का मूल्यांकन करें $\int_0^a \int_{y^2/a}^{y} \frac{y}{(a-x)\sqrt{ax-y^2}}\, dx\, dy$:

(1) $\frac{3\pi a}{2}$ (2) $\frac{5\pi a}{2}$ (3) πa (4) $\frac{\pi a}{2}$

29. Evaluate $\lim_{z \to i} \frac{z^{10}+1}{z^6+1}$:

मूल्यांकन कीजिए $\lim_{z \to i} \frac{z^{10}+1}{z^6+1}$:

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{5}{3}$

(3) 2 (4) 3

30. A cube has sides of length 6. Let one corner be at the origin and the adjacent corners be on the positive x, y and z axes. If the cube's density is proportional to the distance from the xy-plane, find its mass. (where k is constant of proportionality)

एक घन की भुजाओं की लंबाई 6 है। एक कोने को मूल पर और आसन्न कोनों को सकारात्मक x, y और z अक्षों पर रखें। यदि घन का घनत्व xy-तल से दूरी के आनुपातिक है, तो इसका द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। (जहाँ k समानता का स्थिरांक है)

(1) $648\,k$ (2) $324\,k$

(3) $162\,k$ (4) $1296\,k$

31. $\iint x^{m-1}.y^{n-1} dx\, dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)}.h^{m+n}$ Over D

(1) where D is the region $x \ge 0, y \ge 0$ and $x+y=h$

(2) where D is the region $x \ge 0, y \ge 0$ and $x+y \ge h$

(3) where D is the region $x \ge 0, y \ge 0$ and $x+y \le h$

(4) where D is the region $x \ge 0, y \le 0$ and $x+y \le h$

$$\iint x^{m-1}.y^{n-1}dx\,dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(1+m+n)}.h^{m+n} \text{ Over } D$$

(1) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x+y=h$

(2) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x+y \geq h$

(3) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \geq 0$ का और $x+y \leq h$

(4) जहाँ D क्षेत्र है $x \geq 0, y \leq 0$ का और $x+y \leq h$

32. A periodic signal $x(t)$ of the period T_0 is given by $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{for} \quad |t| < T_1 \\ 0 & \text{for} \quad T_l < |t| < \frac{T_0}{2} \end{cases}$.

The coefficient a_0 of the Fourier series associated with the above given function $x(t)$ can be calculated as :

T_0 अवधि का एक आवधिक संकेत $x(t)$, $x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T_1 & \text{के लिए} \\ 0 & T_l < |t| < \frac{T_0}{2} & \text{के लिए} \end{cases}$ द्वारा दिया जाता है। उपरोक्त दिए गए फंक्शन $x(t)$ से जुड़े फूरियर शृंखला के गुणांक a_0 की गणना इस प्रकार की जा सकती है :

(1) $\frac{T_1}{T_0}$ (2) $\frac{T_1}{2T_0}$ (3) $\frac{2T_1}{T_0}$ (4) $\frac{T_0}{T_1}$

33. The period of the signal $x(t) = 8 \sin (0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ is :

सिग्नल $x(t) = 8 \sin (0.8\pi t + \frac{\pi}{4})$ की अवधि है :

(1) 0.4π s

(2) 0.8π s

(3) 1.25π s

(4) 2.5 s

Revised

94106

Subject Real & Complex Analysis Set 1 – A

ANSWER – KEY

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	1	3	2	4	1	3	2	4
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
2	1	3	3	4	3	1	1	3	2
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
3	3	4	2	1	3	1	3	2	1
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
2	3	1							
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**

(Signature of the Paper-Setter)

Revised

Code – 'B' 94106

Subject Real & Complex Analysis Set 2

ANSWER – KEY

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	1	3	2	4	2	1	3	3	4
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	1	1	3	2	3	3	4	2	1
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	1	3	2	1	2	3	1	1	4
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	3	2							
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

(Signature of the Paper-Setter)

Revised

Set - C 94106

Subject *Real & Complex Analysis* Set = - -

ANSWER – KEY

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	3	3	4	3	1	1	3	2
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	3	4	2	1	3	1	3	2	1
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	3	1	1	4	1	3	2	4	1
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
3	2	4							
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

(Signature of the Paper-Setter)

Revised

Paper ID – 94106

Subject Real & Complex Analysis Set D

ANSWER – KEY

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1	1	3	2	3	3	4	2	1
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
3	1	3	2	1	2	3	1	1	4
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
1	3	2	4	1	3	2	4	2	1
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
3	3	4							
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**

(Signature of the Paper-Setter)